NOM : ________________________________

MAT-17593 **Examen du 7 novembre 2007** **FG**

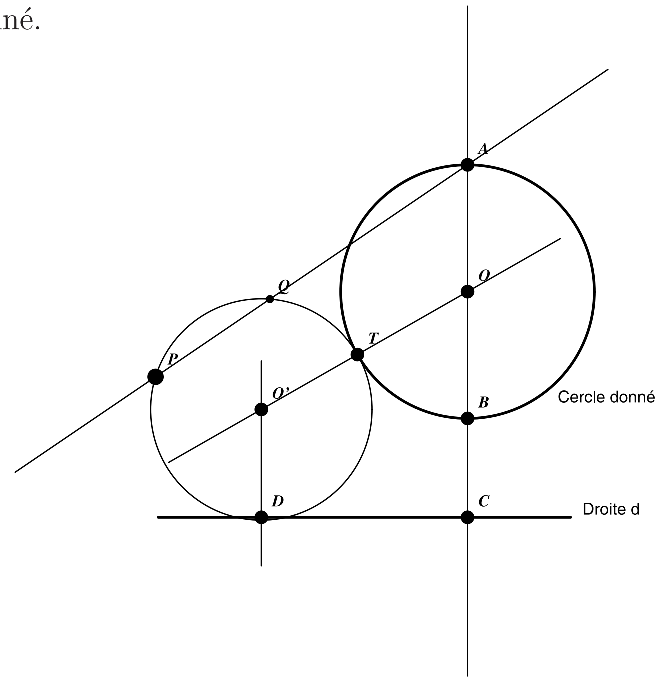
Il y a 5 questions pour un total de 100 points. **Signer et remettre le questionnaire.**
Vous pouvez reproduire de manière approximative les figures dans votre cahier d'examen.

1. (**25 points**) Soit la figure suivante où le cercle Γ' de centre O' est tangent à la droite d en D, et est aussi tangent au cercle Γ de centre O en T. Les points A, P et Q sont colinéaires et on accepte sans démonstration que A, D et T sont alignés.

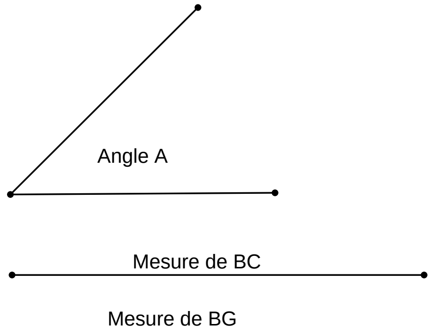
   (i) (10 points) Démontrer que le quadrilatère $BCTD$ est inscriptible.

   (ii) (10 points) Démontrer que $AB \cdot AC = AP \cdot AQ$.

   (iii) (5 points) Expliquer comment cette figure permet de ramener à un cas plus simple le cas de construction d'un cercle tangent à une droite et à un cercle donnés, et passant par un point donné.



2. (**25 points**) Construire **à la règle et au compas** un triangle ABC étant donné la longueur du côté BC, la mesure de l'angle A et la longueur de BG où G est le centre de gravité. Décrivez brièvement votre construction, puis justifiez-la brièvement (**comme cela a été montré pour le devoir 2**).



3. **(25 points)** Dans le triangle ABC ci-dessous, on a placé les points D, E et F tels que

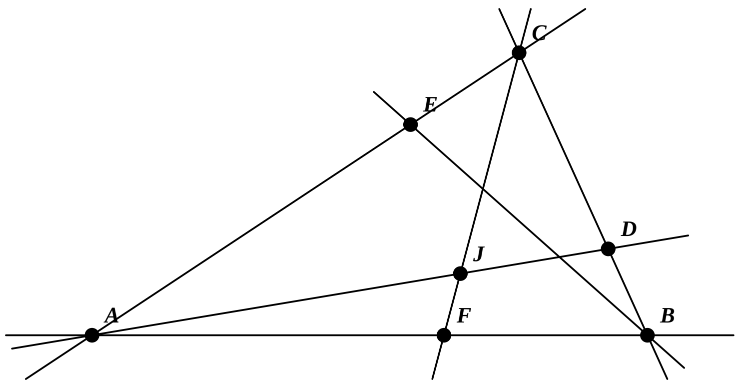
$$\angle BEA \cong \angle CFA \cong \angle BDA = 105°,$$

et le point J à l'intersection de FC et AD.

(i) (10 points) Montrer que les quadrilatères $ABDE$ et $BCEF$ sont inscriptibles.

(ii) (5 points) Montrer que le quadrilatère $ACDF$ n'est pas inscriptible.

(iii) (10 points) Montrer que le quadrilatère $AEJF$ est inscriptible. (La partie (i) pourra être utile.)



4. **(15 points)** Soit deux cercles sécants en A et D. On trace deux droites par D : la première coupe les cercles en B et B' respectivement, et la deuxième en C et C' respectivement. Montrer que les triangles ABC et $AB'C'$ sont semblables.

5. **(10 points)** Sur la figure ci-dessous, C est le centre de l'homothétie de rapport négatif donnant pour image du cercle de centre O_1 et de rayon r_1, le cercle de centre O_2 et de rayon r_2. On a tracé une droite quelconque issue de C qui coupe les cercles aux points indiqués, ainsi qu'une tangente commune aux deux cercles.

   Montrer que $\overline{CX} \cdot \overline{CZ} = \overline{CT_1} \cdot \overline{CT_2}$.